Lezione 7

- Siano a, b, c i lati di un triangolo rettangolo isoscele. Disegnare e calcolare l'altezza relativa all'ipotenusa c sapendo che il cateto a misura $6\ cm$.
- Due triangoli sono simili se

hanno 3 angoli congruenti e i 3 lati proporzionali.

Es. Piano inclinato

- Richiami di goniometria e teorema dei triangoli rettangoli.

Lezione 8

- Quanto vale $\cos(-2\pi), \cos(\frac{3\pi}{2} + 3\pi), \sin(-\frac{7\pi}{2})$?
- A quanti radianti corrisponde l'angolo di $20°$?
- A quanti gradi corrisponde l'angolo di $\frac{\pi}{12}$?
- Misura di seno e coseno degli angoli di $45, 60, 30$.
- Quanto vale $\cos(\frac{7}{4}\pi), \cos(\frac{4}{3}\pi), \sin(\frac{7}{6}\pi)$?
- Definizione di tangente e cotangente, significato geometrico.
- Teorema dei triangoli rettangoli.
- Applicazione nel piano inclinato.

Lezione 9

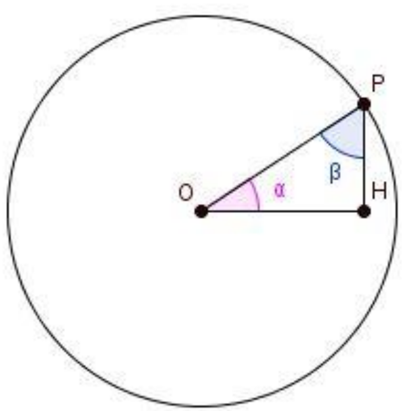
- Teorema dei triangoli rettangoli
- Valore assoluto
- Relazioni tra variabili

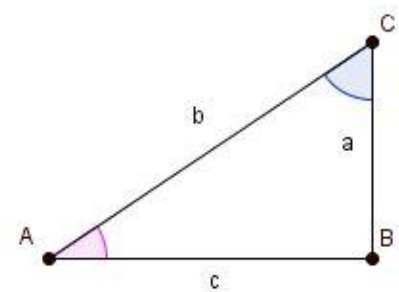
Teorema dei triangoli rettangoli

Triangoli simili (angoli rispettivamente uguali e lati proporzionali)⇒

- $OH : c = OP : b \Rightarrow \cos\alpha : c = 1 : b \Rightarrow \boldsymbol{c = b\cos\alpha}$
- $PH : a = OP : b \Rightarrow \sin\alpha : a = 1 : b \Rightarrow \boldsymbol{a = b\sin\ \alpha}$
- $OH : c = PH : a \Rightarrow \cos\alpha : c = \sin\alpha : a \Rightarrow$

$$c\sin\ \alpha = a\, cos\, \alpha \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{a}{c} \Rightarrow \boldsymbol{\tan\alpha = \frac{a}{c}}$$

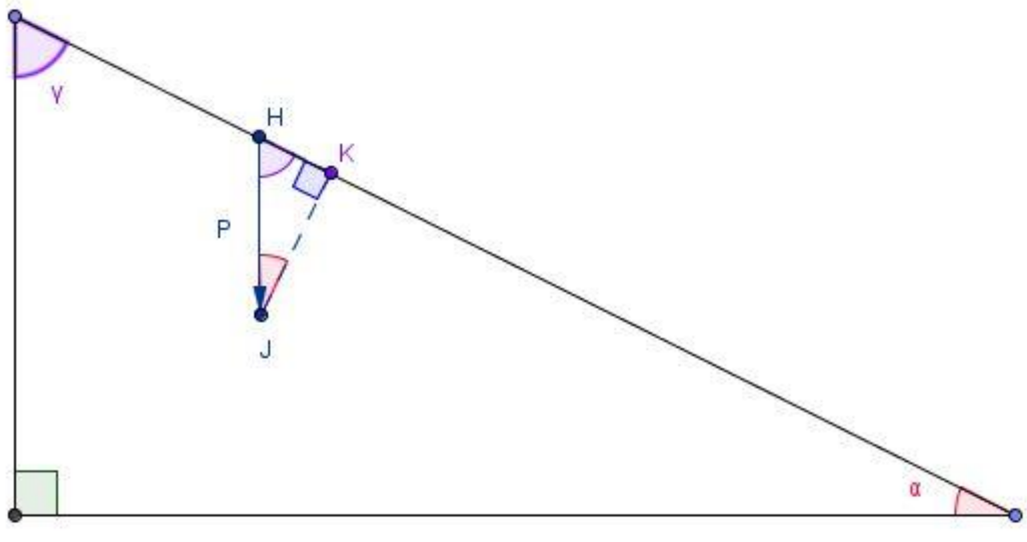




Applicazione per il piano inclinato

- Angoli uguali hanno colori uguali.
- P è la forza peso
- Applicando il teorema dei triangoli rettangoli al triangolo JHK si ottiene:

$$\overline{HK} = \overline{HJ}\sin\alpha \qquad \overline{KJ} = \overline{HJ}\cos\alpha$$



Lezione 9: Il valore assoluto

- Cos'è il valore assoluto di un numero reale?

$$|3| = 3$$
$$|-3| = 3$$

Quindi, se $x \in R$, allora si definisce

$$|x| = \begin{cases} x & se\ x \geq 0 \\ -x & se\ x < 0 \end{cases}$$

Per esempio $|-3| = -(-3) = 3$

Distanza tra due punti sulla retta reale. Il valore assoluto

- Quali sono quei punti P sull'asse reale che distano 3 dall'origine?
- Quali sono quei punti P sull'asse reale che distano 3 dal punto di coordinata 5?

$$|x-5| = 3$$

$$|x-5| = \begin{cases} x-5 & se\ x-5 \geq 0 \\ -(x-5) & se\ x-5 < 0 \end{cases}$$

quindi

$$\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x-5 = 3 \end{cases} \cup \begin{cases} x-5 < 0 \\ -(x-5) = 3 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ x = 8 \end{cases} \cup \begin{cases} x < 5 \\ -x = 3-5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

I punti cercati hanno coordinate 2 e 8.

Il valore assoluto

- Quali sono quei punti dell'asse reale che distano meno di 4 dal punto P di coordinata $-\frac{3}{2}$?

$$\left|x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right| < 4$$

Quindi

$$\begin{cases} x + \frac{3}{2} \geq 0 \\ x + \frac{3}{2} < 4 \end{cases} \cup \begin{cases} x + \frac{3}{2} < 0 \\ -\left(x + \frac{3}{2}\right) < 4 \end{cases}$$

Esercizio: trovare esplicitamente le soluzioni.

Esercizi di sintesi.

Determinare gli insiemi $A \cup C$, $A \cap B$, $B \setminus D$

- $A = \{x \in R : |x| \geq 0\}$
- $B = \{t \in R : |t| > 0\}$
- $C = \{z \in R : |z| \leq 0\}$
- $D = \{a \in R : |a - 4| \leq 1\}$

Distanza tra due punti

- Siano $P = (x_P, y_P)$ e $Q = (x_Q, y_Q)$, la distanza tra essi è, grazie al teorema di Pitagora,

$$d(P,Q) = \sqrt{\left(x_P - x_Q\right)^2 + \left(y_P - y_Q\right)^2}$$

- Se i punti sono su una retta orizzontale o verticale, la distanza si calcola rispettivamente

$$d(P,Q) = |x_p - x_Q| \text{ e } d(P,Q) = |y_P - y_Q|$$

Es. Calcolare la distanza tra i punti $P = (1, \frac{1}{3})$ e $Q = (-1, \frac{5}{8})$

Relazioni tra variabili

- Esempi di relazioni?

$$C = 2\pi r \qquad A = \frac{bh}{2} \qquad s = s_0 + vt$$

- Determinare la base del triangolo che ha area 6 e altezza 4.

- $s = -3 + 2t$ che tipo di relazione c'è tra le variabili s e t?

  relazione lineare (equazione di primo grado nelle variabili s e t) e descrive una retta

- $x^2 - 3x + y = 1$ c'è una relazione lineare tra le variabili s e t?

  No, è un'equazione di secondo grado nelle variabili x e y e descrive una parabola.

Relazioni tra variabili

Tutte le equazioni di secondo grado in due variabili descrivono una parabola?

$$x^2 + y^2 + 2y + 1 = 9$$

No! Per esempio un'equazione del tipo:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

descrive una circonferenza.

Oppure, se mettiamo in evidenza che la circonferenza ha centro (x_0, y_0) e raggio r, la sua equazione è

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

- Es. Scrivere l'equazione della circonferenza:
  - con centro $(0,0)$ e raggio 2
  - con centro $(0, -1)$ e raggio 3

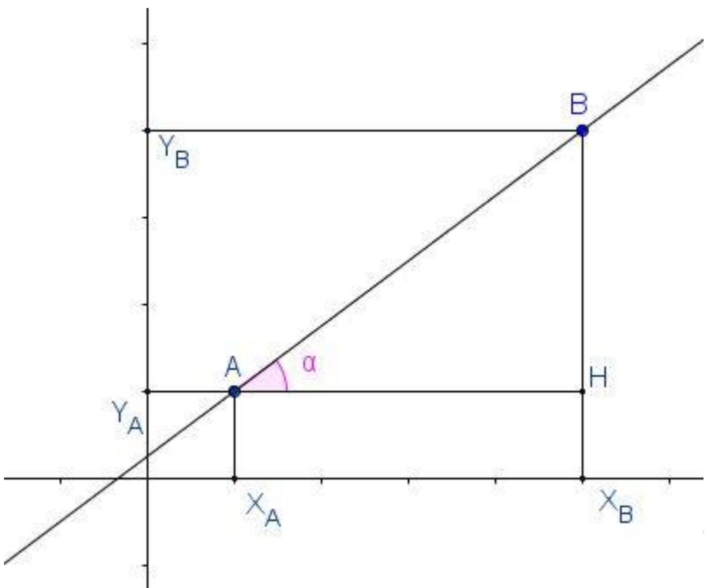
Relazione lineare, equazione della retta

$$y = mx + q \qquad \text{oppure} \quad ax + by + c = 0$$

- Equazione della retta passante per il punto (x_0, y_0):

$$y - y_0 = m(x - x_o)$$

- Formula per trovare il coefficiente angolare di una retta che passa per i punti $A = (x_A, y_A)$ e $B = (x_B, y_B)$:



$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \qquad \text{inoltre}$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\overline{BH}}{\overline{AH}} =$$

$$= \frac{\overline{AB}\sin\alpha}{\overline{AB}\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Relazione lineare, equazione della retta

- Due rette $y = mx + q$ e $y = m'x + q'$ sono
  - parallele se $m = m'$
  - perpendicolari se $m = -\frac{1}{m'}$
- Es. trovare la retta parallela alla retta $2y - x = 2$ che passa per il punto $(-1,0)$
- Es. trovare la retta che passa per i punti $(1,2)$ e $(-3,4)$.
- Es. trovare la retta perpendicolare alla retta $2y - x = 2$ che passa per il punto $(-1,0)$.