

Gli studenti devono obbligatoriamente risolvere il quesito 5 – Svolgimenti eseguiti su altri fogli non saranno tenuti in considerazione – E' indicato il punteggio massimo per ciascun quesito, il punteggio sarà poi trasformato in trentesimi.

Cognome			Nome		
Matr.			CL		
1	2	3	4	5	TOT
6 punti	6 punti	6 punti	8 punti	9 punti	35

1. Siano $I = [1.5; 10] \cup [20; +\infty)$ e

$$A = \{x \in \mathbf{R} : \frac{(\cos x + 4)(-x^2 + 9)}{\sqrt{x + 1}} < 0\},$$

dire se $A \setminus I$ è aperto o chiuso, spiegando il perché.

2. Siano $f(x) = x^3 + 2x + 1$ e $g(x) = \sqrt{3x + 7}$. Calcolare $f \circ g(\frac{2}{3})$.

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \ln \frac{x}{3}$$

4. Studiare la funzione e disegnare il grafico:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 2x & x \leq 0 \\ \ln(x + 1) & x \geq 0 \end{cases}$$

La funzione è continua e derivabile in tutto il suo dominio? Giustificare la risposta.

5. Nell'ambito di uno studio epidemiologico riguardante la diffusione di una patologia influenzale in presenza di alcune strategie di prevenzione e cura, alcuni ricercatori hanno elaborato un semplice modello matematico per esprimere l'andamento temporale del numero di persone infette in un dato campione. Indicato con t il tempo trascorso, in giorni, dall'inizio della diffusione della patologia nel campione, secondo il modello il numero $n(t)$ di persone infette al giorno t è espresso da una funzione del tipo:

$$n(t) = \frac{ae^t}{(b + e^t)^2}$$

con a e b costanti reali positive. Dimostra che, comunque si scelgono le costanti a e b , il modello prevede l'estinzione della patologia nel campione. Nel caso particolare in cui a e b assumono rispettivamente i valori 400 e 4, c'è un picco di massima diffusione della patologia? In tal caso, quanti sono gli individui contagiati? Disegnare il grafico della funzione.