

Corso di Laurea in Scienze Naturali Matematica con Elementi di Statistica

I parte: 5 crediti, 40 ore di lezione frontale

II parte: 4 crediti, 32 ore di lezione frontale

Docente: Marianna Saba

Dipartimento di Matematica e Informatica

Via Ospedale 72

mariannasaba@unica.it

Orario lezioni e superamento del debito

- Orario lezioni:
 - Lunedì ore 9:00-11:00
 - Mercoledì ore 11:00-13:00
 - **Presenze almeno dell'80%**
- Esercitazioni:
 - Lunedì ore 14:00-16:00
 - **Presenze almeno dell'80%**
- Recupero del debito:
 - Test 9 novembre oppure superamento del primo compito di Matematica (primo parziale a Gennaio-Febbraio).

Modalità d'esame

- Scritto e orale

1. Scritto: gli studenti che frequentano regolarmente le lezioni possono sostenere la prova scritta divisa in due prove parziali, una alla fine del primo semestre (appelli di Gennaio e Febbraio) e, solamente per chi supera questa, una seconda prova sul programma del secondo semestre (appelli di Giugno e Luglio). Chi non supererà le prove parziali entro luglio, sosterrà lo scritto totale.
2. Orale: superando la prova scritta si viene ammessi alla prova orale, con la quale è possibile aumentare il voto fino a un massimo di 5 punti.

Programma del corso: I modulo

- Insiemi e operazioni tra insiemi
- Gli insiemi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, rappresentazione decimale dei numeri reali
- Logaritmi, esponenziali e valore assoluto
- Funzioni; funzioni elementari; funzioni iniettive, suriettive, bigettive, composte e inverse
- Limiti di funzioni
- Derivate
- Studio di funzione e rappresentazione del grafico
- Calcolo vettoriale e matriciale

Testi Suggestiti

1. D. Benedetto, M. Degli Esposti, C. Maffei, *Matematica per le scienze della vita*, Ambrosiana, 2012
2. S. Montaldo, A. Ratto, *Matematica: 2³ capitoli per tutti*, Liguori, 2011

Perché dovete sostenere un esame di
matematica?

Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica

(I principi matematici della filosofia naturale)

Isaac Newton, 1687

Perché dovete sostenere un esame di matematica?

Lo scienziato studia e vuole comprendere i fenomeni del mondo



La matematica fornisce gli strumenti per descrivere, modellizzare e prevedere l'andamento dei fenomeni



Leggi della natura: principi generali validi in diverse situazioni



Osservazione del fenomeno,
acquisizione dei dati e
descrizione delle loro relazioni



Prevedere lo sviluppo
degli eventi grazie a un
modello teorico del
fenomeno



Il modello matematico
teorico del fenomeno non
è una copia del mondo
reale, ma più semplice e
adattabile a situazioni
diverse

Gli insiemi

Come definire un insieme:

1. **Elencazione:** elenco tutti gli elementi dell'insieme

$$A = \{a, b, c, d\}$$

2. Uso una **proprietà** che caratterizza tutti e soli gli elementi dell'insieme :

$$A = \{x: P(x)\}$$

- Se a è un elemento di A si scrive $a \in A$ (si legge ' a appartiene ad A '), altrimenti $a \notin A$ (si legge ' a non appartiene ad A ')
- L'insieme senza elementi si chiama insieme vuoto: $\emptyset$
- Cardinalità dell'insieme A si indica con $|A|$ e descrive il numero degli elementi di A .

Quantificatori

- Quantificatore universale:

"per ogni " $\forall$

- Quantificatore esistenziale:

" esiste almeno un " $\exists$

- Quantificatore esistenziale (esistenza e unicità)

" esiste un unico " $\exists!$

- Esempi

- $\forall x: P(x)$ si legge " per ogni x tale che P di x "
- $\forall x \in A \exists b: x = P(b)$ si legge: "per ogni x appartenente ad A esiste b tale che x è uguale a P di b"
- $\exists! x: P(x)$ si legge "esiste uno e un solo x tale che P di x"

Connettivi logici

- $\wedge$ si legge 'e contemporaneamente'
- $\vee$ si legge 'oppure'
- $\Rightarrow$ si legge 'allora' o 'implica'
- $\Leftrightarrow$ si legge 'se e solo se'

Esempi:

$\exists! x \in N : x < 7 \wedge x > 5$ (esiste un unico x appartenente a N tale che x è minore di 7 e x è maggiore di 5)

$a \in A \Leftrightarrow (a < 5 \vee a > 23)$ (a appartiene ad A se e solo se a è minore di 5 oppure a è maggiore di 23)

Sottoinsiemi e relazione di inclusione.

Tassonomia

- Problema concreto: Identificare le diverse specie viventi e dare loro un nome universalmente accettato
- Problema aperto: fare un elenco di tutte le specie viventi sulla terra e raggrupparle in classi progressivamente più estese (Tassonomia)



Raggruppare oggetti in classi (insiemi)

specie $\subset$ genere $\subset$ famiglia $\subset$ ordine $\subset$ classe $\subset$ phylum $\subset$ regno

Inclusione insiemistica

- Dati due insiemi A e B , A è sottoinsieme di B se e solo se ogni elemento di A appartiene anche a B e si indica con

$$A \subseteq B \text{ (} A \text{ è incluso in } B \text{)}$$

In formule: $A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall a \in A \Rightarrow a \in B)$

- Ogni insieme è un sottoinsieme banale di se stesso

$$A \subseteq A.$$

- Se un sottoinsieme A è strettamente contenuto in B , cioè esistono elementi di B che non appartengono a A (esiste almeno un elemento di B che non appartiene a A), si scrive

$$A \subset B \text{ (} A \text{ è strettamente incluso in } B \text{)}$$

In formule: $A \subset B \Leftrightarrow ((\forall a \in A \Rightarrow a \in B) \wedge (\exists b \in B: b \notin A))$

Esempi sull'inclusione

- Esempi:
 - $A = \{1,2,3,4\}$ è incluso in $B = \{1,2,3,4,5,6\}$?
 - $A = \{1,2,3,4\}$ è incluso in $C = \{1,2,4,5,6\}$?
 - Trovare tutti i sottoinsiemi di due elementi dell'insieme A .
- Due insiemi A e B si dicono uguali e si indica con

$$A = B$$

se e solo se valgono contemporaneamente

$$A \subseteq B \text{ e } B \subseteq A.$$

In formule: $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$

- Esempio:

Dati $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{3,1,4,2\}$, $A = B$?

Operazioni tra insiemi: unione e intersezione

- Unione $A \cup B = \{x: x \in A \vee x \in B\}$
- Intersezione $A \cap B = \{x: x \in A \wedge x \in B\}$
- Esempio
 $A = \{A, C, G, T\}$ (insieme delle basi azotate DNA)
 $B = \{A, C, G, U\}$ (insieme delle basi azotate RNA)
- $A \cup B = \{A, C, G, T, U\}$
- $A \cap B = \{A, C, G\}$

Differenza insiemistica e complementare

- Differenza:

$$A \setminus B = \{x: x \in A \wedge x \notin B\}$$

Esempio:

$A = \{A, C, G, T\}$ (insieme delle basi azotate DNA)

$B = \{A, C, G, U\}$ (insieme delle basi azotate RNA)

$$A \setminus B = \{T\}$$

- Rispetto a un insieme universo U possiamo definire il complementare dell'insieme A come

$$C(A) = \{x \in U: x \notin A\} = U \setminus A$$

Esempio: $U = N$, $A = \{x: x \text{ è pari}\}$, allora

$$C(A) = \{x: x \text{ è dispari}\}$$

Insiemi numerici

- $N \subset Z \subset Q \subset R$
- $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ numeri naturali
- $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ numeri interi
- $Q = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in Z, q \neq 0, p \text{ e } q \text{ sono primi tra loro} \right\}$ numeri razionali
- $I =$ numeri irrazionali, esempi: $\sqrt{2}, e, \pi$
- $R = Q \cup I$

Esercizi

1. Scrivere gli insiemi A e B usando le due definizioni:

- A è l'insieme degli studenti iscritti al primo anno di Scienze Naturali:
- B è l'insieme formato dai numeri 1, 2, 3, 4, 5

$$2. A = \{n: n \in N \wedge 2n = 8\} = \{n \in N: 2n = 8\}$$

Qual è $P(n)$? Per quali valori di n , $P(n)$ è vera? Quindi quali sono gli elementi di A ?

$$3. B = \{x: x \in R \wedge x - 1 > 0\} = \{x \in R: x - 1 > 0\}$$

Qual è $P(x)$? Per quali valori di x , $P(x)$ è vera? Quindi quali sono gli elementi di B ?

Esercizi

Descrivere a parole gli insiemi:

- $A = \{x: x \in R \wedge x < 3\}$
- $B = \{x: "x \text{ è una figura geometrica}" \wedge "x \text{ ha 4 lati}"\}$
- $C = \{n \in Z: n \geq 15 \vee 3 < n \leq 6\}$

Dati gli insiemi $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{4,7,8,9\}$, $C = \{1\}$

Determinare gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cup C$, $A \cap B \cap C$, $A \setminus C$, $A \setminus B$, $A \setminus A$.

Sintesi

- Definizione di un insieme:
 - Per elencazione
 - Mediante una proprietà che caratterizza tutti e soli gli elementi dell'insieme
- Quantificatori
 - Universale: $\forall$
 - Esistenziale: $\exists$ e $\exists!$
- Unione: $A \cup B = \{x: x \in A \vee x \in B\}$
- Intersezione: $A \cap B = \{x: x \in A \wedge x \in B\}$
- Differenza insiemistica: $A \setminus B = \{x: x \in A \wedge x \notin B\}$