

FORMES DE CONTACT SUR LES GROUPES DE LIE ET ALGÈBRES DE POISSON ASSOCIÉES

MICHEL GOZE, ELISABETH REMM

Ce modeste travail est dédié au Professeur Théodor Hangan, qui a fortement contribué, avec la complicité de Robert Lutz, au développement de la géométrie à Mulhouse.

Dans ce travail on s'intéresse au problème d'existence de formes de contact sur un groupe de Lie. Dans un premier temps on étudie le cas des formes de contact invariantes à gauche ce qui ramène le problème à celui d'une forme linéaire de contact sur une algèbre de Lie. En décrivant les déformations linéaires et quadratiques de l'algèbre de Lie de Heisenberg, on donne une construction (et probablement une classification) des algèbres de Lie munies d'une telle forme. On retrouve en particulier un résultat de Boothby-Wang précisant qu'une algèbre de Lie semi-simple admet une forme de contact est nécessairement de rang 1. On raffine ce résultat en encadrant la classe de Cartan d'une forme linéaire sur une algèbre de Lie simple. Dans un deuxième temps, on étudie les formes de Pfaff sur un groupe de Lie invariantes par un sous-groupe. Deux cas sont détaillés, celui du groupe de Heisenberg et la description des formes de Pfaff invariantes par un sous groupe abélien maximal et celui de $Sl(n+1)$. On décrit explicitement sur ce groupe simple une forme de Pfaff de contact pour le rang n plus grand que 1. Pour terminer ce travail, on montre que sur un groupe de Lie munie d'une forme de contact (invariante à gauche ou non), ou plus généralement sur une variété différentiable de contact, la sous-algèbre de l'algèbre des fonctions différentiables invariantes par le champ de Reeb associé à la forme de contact est munie d'une structure d'algèbre de Poisson. On détermine cette algèbre dans les cas étudiés en début de ce travail.

E-mail address: michel.goze@uha.fr, elisabeth.remm@uha.fr

UNIVERSITÉ DE HAUTE ALSACE, LMIA, 4 RUE DES FRÈRES LUMIÈRE, 68093 MULHOUSE