Surfaces factorables qui satisfont $\Delta r^i = \lambda_i r^i$ dans les espaces 3-dimensionnel euclidien et lorentzien.

Résumé:

Les sous variétés euclidiennes de type fini ont été introduites par B. Y. Chen vers les années 1980. Une sous variété euclidienne M est dite de Chen, de type fini si ses fonctions coordonnées s'écrivent comme somme finie des fonctions propres de leur laplacien. Une définition équivalente en termes de décomposition spectrale finie du champ de vecteur position r qui représente régulièrement la sous variété M, est: si $r = r^0 + r^1 + ... + r^k$,où $r^0, r^1, .., r^k$ sont des applications (r^i non constantes) et sont telles que $\Delta r^0 = 0, \Delta r^i = \lambda_i r^i, \lambda_i \in \mathbb{R}$ distincts, alors M est dite de type fini k.

L'auteur étend la notion aux immersions et aux espaces pseudo-euclidiens. Les surfaces minimales et les parallèles dans l'euclidien sont de type fini. La notion, est étendue à la dimension n.

B.Y. Chen pose le problème de classification des différentes types de sous variétés euclidiennes. Pour la dimension trois,.ces sous variétés sont des surfaces. Beaucoup de travaux ont suivi. Nous citons, entre autres, ceux de Chen, B-Y. (1984); Hasanis T., Vlachos T.; Meng, H., Liu, H.; et récemment Baba-Hamed, Ch., Bekkar, M., Zoubir, H., Senoussi B.

Dans notre travail, on donne la classification complète des surfaces dites *"factorables"* dans les espaces 3-dimensionnel euclidien $\mathbb{E}^3$ et lorentzien $\mathbb{E}^3_1$ qui satisfont la condition $\Delta r^i = \lambda_i r^i$ où $\lambda_i \in \mathbb{R}$ et Δ laplacien.

1°) Une telle surface est représentée par $r(u, v) = (u, v, f(u)g(v))$. Dans $\mathbb{E}^3$, M^2 *satisfait* $\Delta r^i = \lambda_i r^i, \lambda_i \in \mathbb{R}$ *si et seulement si, elle est minimale ou s'écrit*

$$r(u,v) = \varepsilon \tfrac{\lambda_2}{\lambda_3} v \sqrt{\tfrac{-\lambda_2 v^2 - \beta}{\lambda_2 v^2 + \beta + 1}},\ r(u,v) = \varepsilon \tfrac{\lambda_1}{\lambda_3} u \sqrt{\tfrac{-\lambda_1 u^2 - \beta}{\lambda_1 u^2 + \beta + 1}}, \varepsilon = \pm 1.$$

2°) Dans $\mathbb{E}^3_1$, M^2 *space-like, (time-like) satisfait* $\Delta r^i = \lambda_i r^i, \lambda_i \in \mathbb{R}$ *si et seulement si, elle est minimale ou s'écrit,*

$$r(u,v) = \varepsilon \tfrac{\lambda_1}{\lambda_3} u \sqrt{\tfrac{\lambda_1 u^2 + \beta}{\lambda_1 u^2 + \beta - 1}};\ r(u,v) = \varepsilon \tfrac{\lambda_2}{\lambda_3} v \sqrt{\tfrac{\lambda_2 v^2 + \alpha}{1 - \alpha - \lambda_2 v^2}},\ r(u,v) = \varepsilon \tfrac{\lambda_1}{\lambda_3} v \sqrt{\tfrac{\lambda_1 u^2 + \alpha}{\lambda_1 u^2 + \alpha + 1}}.$$

Auteurs

Bendhiba Senoussi;
Dépt. de Mathématiques,
Université de Chlef.
e-mail: se_bendhiba@yahoo.fr

Mohammed Bekkar;
Dépt. de mathématiques,
Université d'Oran.
e-mail: bekkar_99@yahoo.fr