

# SURFACES BICONSERVATRICES DANS LES ESPACES TRIDIMENSIONNELS

PAOLA PIU

Une hypersurface  $M$  d'une variété riemannienne  $(N, g)$  est dite *bi-conservatrice* si

$$(1) \quad 2A(\text{grad } f) + f \text{ grad } f = 2f \text{ Ricci}^N(\eta)^\top,$$

où  $A$  est l'opérateur de forme,  $f$  = trace  $A$  la courbure moyenne et  $\text{Ricci}^N(\eta)^\top$  est la composante tangentielle de la courbure de Ricci de  $N$  dans la direction de la normale unitaire  $\eta$  de  $M$  dans  $N$ .

Le nom bi-conservateur, comme nous allons le décrire, vient du fait que la condition (1) est équivalente à la conservation du tenseur  $S_2$  *stress-energy*, on a  $\text{div } S_2 = 0$  si et seulement si l'hypersurface est bi-conservatrice.

De plus, la classe de sous-variétés bi-conservatrices comprend les sous-variétés biharmoniques, qui ont été de grand intérêt dans la dernière décennie. Les sous-variétés biharmoniques sont caractérisés par la disparition du champ de bitension et représentent une généralisation des des sous-variétés harmoniques (minime). En fait, une sous-variété est bi-conservatrice si la partie tangente du champ bitension s'annule.

Il est intéressant de souligner que, pensant à la fonctionnelle d'énergie au lieu du fonctionnelle biénergie, la notion de sous-variétés *conservatrices* est dénuée de sens que le champ de tension est toujours normale.

Nous considérons surfaces bi-conservatrices dans  $N^3(c)$  espace 3 dimensionnels de courbure sectionnelle constante  $c$ . Dans ce cas, (1) devient

$$(2) \quad 2A(\text{grad } f) + f \text{ grad } f = 0.$$

De (2) nous voyons que les surfaces CMC ( $f = \text{constant}$ ) dans les espace 3- dimensionnels de courbure sectionnelle constante sont bi-conservatrice. Ainsi, notre intérêt sera le NON CMC bi-conservatrices surfaces.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI, DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA, VIA OSPEDALE 72, 09124 CAGLIARI, ITALIA  
E-mail address: [piu@unica.it](mailto:piu@unica.it)